

令和5年度入学試験問題（前期日程）

数 学

中等教育教員養成課程
中等教育プログラム 数学専攻

注意事項

1. **試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。**
2. 解答紙は4枚（4の1，4の2，4の3，4の4）あります。
3. 試験開始後、各解答紙の上部の2箇所を受験番号を記入しなさい。また、計算紙にも受験番号を記入しなさい。
4. 解答はすべて解答紙の所定の解答欄に記入しなさい。**解答紙の裏面に記入した解答は採点の対象になりません。**
5. 定規，コンパスは使用できません。

[1], [2] 1 ページ
[3], [4] 2 ページ

[1] 次の問いに答えよ。

(問1)

非公表

(問2) 次の連立方程式を解け。ただし、 x, y は正の実数であり、 $x \neq 1, y \neq 1$ とする。

$$\begin{cases} 2\log_2 \frac{x}{4} + \log_3 3y = 2 \\ \log_x 8 + \log_y 9 = 3 \end{cases}$$

(問3) 定積分 $\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{1}{\cos x} dx$ の値を求めよ。

[2] A の袋には白玉が w 個、青玉が b 個入っていて、B の袋にも白玉が w 個、青玉が b 個入っている。次の問いに答えよ。ただし、 w, b はそれぞれ自然数とする。

(問1) A の袋から玉を 2 個同時に取り出したとき、白玉、青玉が 1 個ずつ取り出される確率を求めよ。

(問2) A の袋から玉を 2 個同時に取り出し、それらを B の袋に入れる。よくかき混ぜて B の袋から玉を 1 個取り出したとき、この玉が白玉である確率を求めよ。

[3] $\alpha = \frac{1 + \sqrt{3}i}{1 + i}$ とするとき、次の問いに答えよ。ただし、 i は虚数単位とする。

(問1) 複素数 $1 + \sqrt{3}i$ および $1 + i$ を極形式で表せ。ただし、偏角 θ の範囲は $0 \leq \theta < 2\pi$ とする。

(問2) $\cos\left(-\frac{\pi}{12}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{12}\right)$ を α を用いて表せ。

(問3) $\beta = \sqrt{2}\alpha^3$, $\gamma = 2\sqrt{2}i$ とおく。複素数平面において、点 β を、点 γ を中心として $-\frac{\pi}{12}$ だけ回転した点を表す複素数を求めよ。

(問4) $z = \frac{\alpha^4}{2}$ とおく。 n を 2 より大きい自然数とし、

$$S_n = 1 + z + z^2 + \cdots + z^n$$

とする。 S_n が純虚数であり S_n の虚部が正となる最小の n とそのときの S_n の値を求めよ。

[4] $f(x) = |x - 1|e^x$ とする。次の問いに答えよ。ただし、 e は自然対数の底とする。

(問1) 関数 $f(x)$ は $x = 1$ において微分可能でないことを示せ。

(問2) 関数 $f(x)$ の極値を求めよ。

(問3) $g(x) = 2xe^x$ とする。2つの曲線 $y = f(x)$, $y = g(x)$ と y 軸によって囲まれた部分の面積を求めよ。